

Epreuve de PHYSIQUE

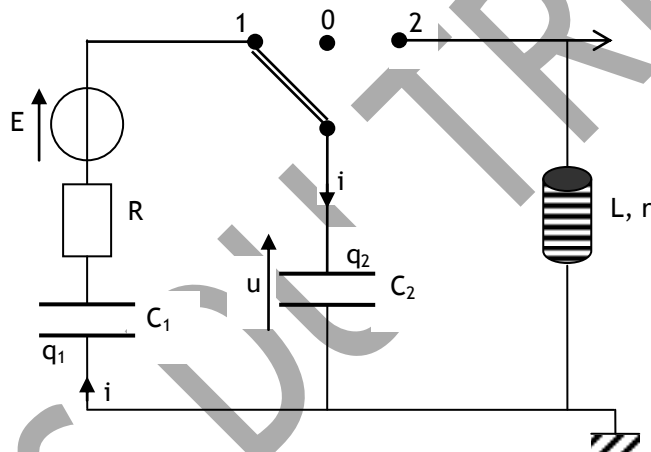
Durée : 1 heure

Notée sur 20 points

Le sujet est sous forme rédactionnelle et contient 2 exercices indépendants.
Toutes les calculatrices sont autorisées.

Exercice n° 1 : 10 points

On réalise le montage ci-dessous :



Le générateur est une source idéale de tension de f.é.m. E .

Les condensateurs ont pour capacité $C_1 = C_0$ et $C_2 = 2C_0$.

Le conducteur ohmique a une résistance R .

La bobine a une inductance L et une résistance r .

Initialement, le commutateur est en position 0 et les condensateurs sont déchargés.

1) A $t = 0$, on bascule le commutateur en position 1.

a) Les charges q_1 et q_2 des condensateurs sont, à chaque instant, égales. Justifier cette égalité.

On écrira $q_1(t) = q_2(t) = q(t)$ dans la suite de l'exercice.

b) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u aux bornes du condensateur de capacité C_2 .

c) Quelle est la tension U_0 aux bornes du condensateur de capacité C_2 quand les charges sont terminées ?

d) En fonction de C_0 et E , exprimer alors :

- la quantité d'électricité Q_0 débitée par le générateur.

- l'énergie \mathcal{E}_G fournie par le générateur.

- les énergies \mathcal{E}_{C1} et \mathcal{E}_{C2} emmagasinées par les deux condensateurs.

e) Que représente la différence d'énergie $\mathcal{E}_J = \mathcal{E}_G - (\mathcal{E}_{C1} + \mathcal{E}_{C2})$? Calculer le rendement énergétique de cette charge.

f) Vérifier que $u(t) = U_0 (1 - e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle établie au 1)b). En déduire l'expression de τ en fonction de R et C_0 .

g) Exprimer en fonction de τ la durée nécessaire pour que la charge des condensateurs soit pratiquement terminée. On considère que la charge est terminée lorsque $u \geq 0,99U_0$.

2) La charge étant considérée terminée, on bascule le commutateur en position 2 et on choisit cet instant pour nouvelle origine des temps.

a) On suppose la résistance r négligeable.

a1) établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u .

a2) calculer la période T_0 des oscillations. On donne $C_0 = 10 \mu\text{F}$ et $L = 0,50 \text{ H}$.

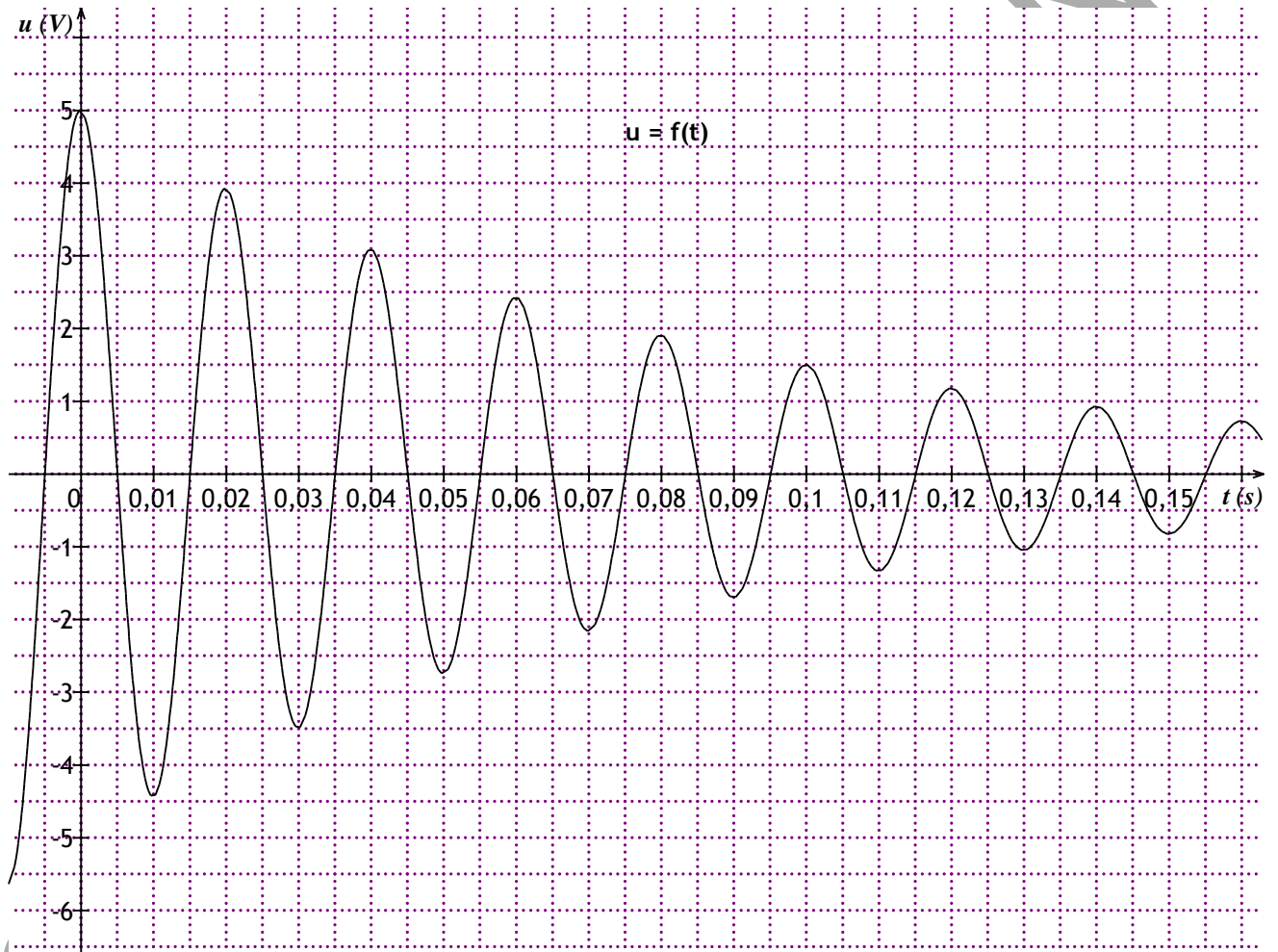
a3) Etablir l'expression de $u(t)$. Tracer u en fonction de t .

b) En réalité l'oscillogramme est celui représenté ci-dessous.

b1) Mesurer sur l'oscillogramme la pseudo-période T . Comparer à T_0 et conclure.

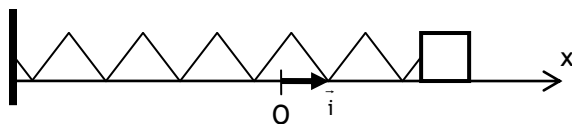
b2) Calculer les énergies \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 et \mathcal{E}_3 aux 1^{er}, 2^{ème} et 3^{ème} maxima relatif de u . Calculer $\ln(\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2)$ et $\ln(\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_3)$; conclure.

b3) On montre que $\ln(\mathcal{E}_n/\mathcal{E}_{n+1}) = \frac{r}{2L} T$; en déduire la résistance r de la bobine.



Exercice n° 2 : 10 points

On considère un système oscillant constitué d'un solide S de masse $m = 200 \text{ g}$, fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 2,5 \text{ N/m}$. L'ensemble est astreint à se déplacer le long d'un axe Ox horizontal, et le centre d'inertie G du solide S se situe à l'origine O de cet axe lorsque le système est au repos.



On communique une énergie mécanique initiale $E_0 = 2 \text{ mJ}$ au solide ; la référence de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie à l'altitude de l'oscillateur. Le système se met alors à osciller librement. On considèrera que le ressort reste toujours à spires non jointives.

1^{ère} partie : oscillateur sans amortissement.

A l'instant initial, le système est placé en $x = d = 2 \text{ cm}$, et on lui communique dans cette position une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$, avec $v_0 > 0$.

1) Etablir l'équation différentielle à laquelle satisfait l'élongation x de cet oscillateur à partir de l'équation de conservation de l'énergie. Vérifier que la solution de l'équation précédente est de la forme :

$$x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \Phi\right)$$

En déduire la valeur de la période propre T_0 de cet oscillateur.

2) Déterminer les valeurs de l'amplitude X_m et de la vitesse maximale V_m du solide lors de son mouvement oscillatoire. En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 .

3) Donner l'expression numérique finale de l'équation horaire $x(t)$ de cet oscillateur.

4) Sur un même graphique tracer l'évolution de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle élastique et de l'énergie mécanique de S en fonction de son élongation x .

2^{ème} partie : oscillateur soumis à un amortissement solide.

Le même oscillateur est maintenant soumis à une force de frottement \vec{f} colinéaire au vecteur vitesse et de norme constante $f = 7,5 \text{ mN}$.

A l'instant initial le solide est écarté de sa position de repos jusqu'en $x = x_0 > 0$ et on l'abandonne sans vitesse initiale avec la même énergie mécanique $E_0 = 2 \text{ mJ}$.

1) Déterminer la valeur de l'élongation initiale x_0 .

2) Etablir que l'équation différentielle du mouvement est : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon \frac{f}{m}$, avec $\varepsilon = \pm 1$.

Dans quel cas ε vaut-il 1 ? Dans quel cas ε vaut-il -1 ?

3) La solution de cette équation est de la forme $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \Phi) + \varepsilon \cdot \gamma$, avec A , Φ et γ des constantes.

a) Déterminer la valeur de γ .

b) Déterminer l'équation horaire $x(t)$ pour la première demi-oscillation. Déterminer les valeurs de l'élongation et de la vitesse aux instants $\frac{T_0}{4}$ et $\frac{T_0}{2}$.

c) Lors de la deuxième demi-oscillation, pourquoi l'équation horaire établie dans la question précédente n'est-elle plus valable ? Sans établir la nouvelle expression de $x(t)$, déterminer la valeur de l'élongation à la date T_0 puis à la date $3 \frac{T_0}{2}$. Quelle est la valeur de $|x|$ à la date $n \frac{T_0}{2}$ avec n entier positif ?

d) A la fin d'une demi-oscillation, qu'est-ce qui permet au solide de reprendre un mouvement dans l'autre sens ? En déduire la date à laquelle cesse le mouvement de S .

e) Tracer la représentation graphique de $x(t)$.

4) Déterminer le pourcentage de l'énergie initiale dissipé au cours de la première oscillation.

∴